

Tehetségnap 2013

VIII osztály

Matematika tételek

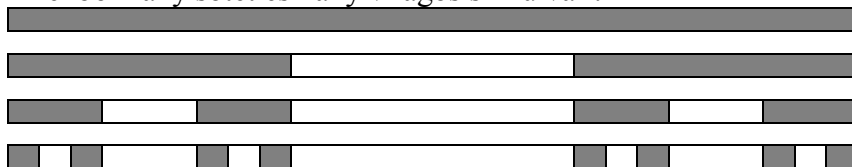
1. Legyen $a = \sqrt{8 - 2\sqrt{15}} - \sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$ valós szám.

a) Igazoljuk, hogy $a^2 = 12$

b) Számítsuk ki az $(4 + 2\sqrt{3})^{2013}$ értékét.

2. Legyen R a BPCQ paralelogramma \overline{BP} oldalának tetszőleges pontja. A \overline{BP} oldalt, a P ponton túl meghosszabítjuk az $\overline{RA} \cong \overline{BP}$ szakasszal. Ha $\overline{AQ} \perp \overline{RC}$, akkor igazoljuk, hogy $T_{AOC} = \frac{1}{2} T_{BPC}$

3. Az alábbi ábra téglalapjait mindig az előző téglalaphoz szarmaztatjuk. Az első sötét színű téglalapot három egyenlő téglalagra osztva, a középsőt világosra, a többi sötétre színezzük. Most a megmaradt sötét téglalapok esetén megismételjük az eljárást. A harmadik ismétlés után az ábra utolsó téglalapját kapjuk. Ha az eljárást tovább folytatjuk, hány téglalaphoz fog állni a 2013. helyen levő téglalap? Ezekből hány sötét és hány világos színű van?



Fizika tételek

1. Felsőbivalyröhönyéről Eötvös Dánielt apukája autóval hozta el a tehetségnapra. Dani gondosan lejegyezte az indulás és érkezés időpontját, a műszerfalán található számlálók segítségével meghatározta az utazás során megtett utat, és némi számítás után arra a következtetésre jutott, hogy Felsőbivalyröhönye – Székelyudvarhely útvonalat (50 km) 40 km/h átlagsebességgel tették meg. Azon gondolkodott, hogy visszafele menet milyen átlagsebességgel kellene haladniuk ahhoz, hogy az oda-vissza útvonalra számítva kijöjjen a 80 km/h átlagsebesség. Te mit gondolsz erről?

2. Alsóbivalyröhönyén Dani nagybátyja bivalyokat tenyészt. „Bivalyászata van“, ahogy Dani mondta kiskorában a tehenészet megnevezést bivalyokra alkalmazva. A farmon naponta átlagosan 5000 liter tejet fejnek. A kifejt tejjel hőmérséklete 35°C, amelyet tartósítás céljából azonnal hűteni kell. A hűtés során a tejjel hőmérsékletét +4°C-ra csökkentik, tudta meg Dani a nagybácsitól nemrég. Vajon, mennyi energiát takaríthatna meg nagybátyám évente (365 nappal számolva), ha a kifejt tejjel hűtéssel elvont hőenergiáját valamilyen módon hasznosítaná? – gondolkodott el. Hát, ha a tej fajhője és sűrűsége megegyezik, mondjuk a víz fajhőjével és sűrűségével... - kezdte az okoskodást Dani – akkor ..., de itt megakadt. Folytasd a gondolatmenetet! Okoskodj együtt Danival! Végezz számításokat is!

3. A röhöneyei nagyszülők pincéjében Dani kezébe került egy szimpatikus rugócska. Vajon mekkora munkát végzek, ha 4 cm-rel megnyújtom a rugót? – gondolkodott el, és méricskélgni kezdett. Azt vette észre, hogy ha egy 6 kg-os testet akasztott rá, a rugó 2 cm-rel nyúlt meg. Most már tudom a választ a kérdésre! – csillant fel a szeme.

a) Mekkora a rugóállandó? Készíts rajzot is, az erők feltüntetésével!

b) Mekkora munkával nyújtható meg a rugó 4 cm-rel?

c) Mekkora munkával nyújtható meg a rugó **további** 6 cm-rel? Ne siesd el a választ!

4. Bizonyára hallottad már, hogy ha egy jégdarab úszik a vízben, 1/10-ed része a víz felett, 9/10-ed része a víz alatt található (a jég sűrűsége 900 kg/m³, a vízé 1000 kg/m³). Egy vízbe tett száraz fenyőfa darabnak éppen fele merül bele a vízbe, ha a sűrűsége 500 kg/m³. Rendelkezésedre áll egy ceruza, egy kémcső, 2 db műanyagpohár, víz és beosztásos vonalzó. Kizárólag ezeknek az eszközöknek a segítségével határozd meg a ceruza tömegét! Írd le a gondolatmenetet, végezd el a mérést, eredményeidről számolj be! A víz sűrűségét veheted 1000 kg/m³-nek.

Informatika tételek

1. feladat: Robot (30 pont)

Egy kereken guruló robotot az alábbi utasításokkal vezérelhetünk:

- `start(bal,előre)` elindítja a bal kerekeket meghajtó motort, előre
- `start(bal,hátra)` elindítja a bal kerekeket meghajtó motort, hátra
- `stop(bal)` leállítja a bal kerekeket meghajtó motort
- `start(jobb,előre)` elindítja a jobb kerekeket meghajtó motort, előre
- `start(jobb,hátra)` elindítja a jobb kerekeket meghajtó motort, hátra
- `stop(jobb)` leállítja a jobb kerekeket meghajtó motort

A kerekek előremenetből hátramenetbe, illetve fordítva közvetlenül nem kapcsolhatók, kell közben egy leállítás is! Az álló kerék fékezett, azaz a helyéről nem mozdul el.

Ha mindkét oldali kerék egy irányban forog, akkor a robot 1 másodperc alatt 1 cm-t tesz meg. Ha csak az egyik forog, akkor 2 másodperc alatt 90 fokot fordul, s ha a két oldali kerék ellenkező irányban forog, akkor 1 másodperc alatt fordul 90 fokot. A program még a következő utasítást használhatja:

- `várj(mp)` mp másodperc várakozás

Rajzold le a robot útját, amit az alábbi program hatására tesz meg, álló helyzetből indulva!

Ismételd 4-szer

```
start(bal,előre); start(jobb,előre); várj(10)
stop(jobb); várj(2)
start(jobb,előre); várj(5)
stop(bal); start(bal,hátra); várj(1)
stop(bal); start(bal,előre); várj(5)
stop(jobb); várj(2); stop(bal)
```

Ismétlés vége

2. feladat: Logika (30 pont)

Egy logikai programozási nyelven alapismereteket és következtetési szabályokat adhatunk meg.

Alapismeret lehet például:

```
apja("Nagy János", "Nagy Péter").
anyja("Fekete Éva", "Nagy Péter").
```

Szabályok például:

```
szülője(X,Y) ha apja(X,Y) vagy anyja(X,Y).
nagyszülője(X,Y) ha szülője(X,Z) és szülője(Z,Y).
őse(X,Y) ha szülője(X,Y) vagy szülője(X,Z) és őse(Z,Y).
```

Az utolsó szavakkal megfogalmazva: akkor őse az X az Y-nak ha szülője, vagy pedig akkor, ha van olyan Z, akinek X a szülője és a Z őse az Y-nak.

A. Milyen rokonsági kapcsolatot határoznak meg az alábbi szabályok:

A1. `rokon1(X,Y)` ha `szülője(Z,Y)` és `anyja(X,Z)`.

A2. `rokon2(X,Y)` ha `anyja(X,Y)` vagy `apja(Z,Y)` és `rokon2(X,Z)`.

B. Írd meg a következő rokoni kapcsolatokat leíró szabályokat:

B1. Az X anyai dédanyja az Y-nak.

B2. Az X az Y-nak férfi őse.