

Tehetségnap 2012

VII osztály

Matematika tételek

1. Feladat

Legyen $x = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2012} - \frac{1}{2013}$ és $y = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2011} - \frac{1}{2012}$.

- Számítsuk ki az x és y számtani közepét.
- Bizonyítsuk be, hogy $x < y$
- Bizonyítsuk be, hogy $x < \frac{1006}{2013} < y$

2. Feladat

Az ABC egyenlő szárú háromszögben $\overline{AB} = \overline{AC}$, az \hat{A} szög tompaszög és AD magasság.

Az \overline{AE} és \overline{AF} a \hat{BAD} és \hat{CAD} szögek szögfelezői, $E \in \overline{BD}$, $F \in \overline{DC}$. Legyen $M \in AD$, $M \neq A$ és $\overline{MD} = \overline{AD}$.

- Bizonyítsuk be, hogy $MF \parallel AE$
- Ha $MF \perp AC$ akkor határozzuk meg a \hat{BAC} szög mértékét.

3. Feladat

Öt különböző korú fiútestvér osztozik egy kosár almán. A legfiatalabb kap valamennyit, a korban rákövetkező kétszer annyit. A középső háromszor annyit, mint a legfiatalabb, a korban rákövetkező négyszer annyit, a legidősebb ötször annyit, mint a legfiatalabb. Édesanyjuk igazságtalannak tartja az osztozást, ezért meghagyja, hogy négy nagyobb gyereke adjon mindegyik öccsének két almát, mert úgy mind az öt testvérnek ugyanannyi almája lesz. Hány alma volt a kosárban?

Fizika tételek

1. Feladat

Bizonyára tanultátok már, hogy a gravitációs állandó értéke a mi vidékünkön $9,81 \text{ N/kg}$ ($9,81 \text{ m/s}^2$).

- Mi a gyakorlati jelentése a fenti adatnak?
- Ha a Gimnázium fölött elég nagy magasságból szabadon engednénk egy szilvás gombócot, az mekkora sebességet érne el 3 s múlva? A légellenállástól, súrlódástól, és mindenféle más, a gombóc zuhanását akadályozó tényezőtől eltekintünk.

2. Feladat

Lombik Béni először azonos tömegű (200-200 g), utána pedig azonos térfogatú ($200-200 \text{ cm}^3$) vizet, illetve alkoholt töltött össze egy-egy pohárba. Határozzátok meg mindkét esetben a keverék átlagsűrűségét. A térfogatvesztésegektől eltekintünk. A víz sűrűsége 1000 kg/m^3 , az alkohol sűrűsége 800 kg/m^3 .

3. Feladat

Egy pohárban $18 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletű citromos tea van. Hozzáöntünk még $44 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletű teát. Mennyi lesz az összeöntés után a pohárban a tea hőmérséklete?

- A: Lehetséges, hogy $31 \text{ }^\circ\text{C}$ lesz.
B: Biztos, hogy $31 \text{ }^\circ\text{C}$ lesz.
C: $62 \text{ }^\circ\text{C}$ lesz.

4. Feladat

A 18 cm hosszú fémrudat közepén derékszögben meghajlították. A hajlítási pontban Hangya Hanga veszekedik Gyulával. Eldöntik, hogy szakítanak, ezért a cső két szárán, merőlegesen haladva távolodnak, Hanga 3 mm/s, Gyula 5 mm/s sebességgel.

Milyen távol vannak egymástól abban a pillanatban, amikor Gyula már a cső végére ért?

Itt Gyula rájön, hogy nem tud Hanga nélkül élni, ezért a cső végére érve azonnal megfordul, hogy utána menjen és kibékítse Hangát. Hanga az úton nem látott más hangyafiút, ezért úgy gondolta, hogy a rúd végénél azonnal megfordul, talán utoléri Gyulát. Elválás után mennyi idő múlva találkoznak?

Informatika tételek

1. Feladat

Mit rajzolnak a következő LOGO nyelvű programok? (Induláskor a ceruza a képernyő közepén van, és az irány felfelé mutat.)

Az egyes utasítások jelentése:

LEFT f	fordulás balra helyben f fokkal;
RIGHT f	fordulás jobbra helyben f fokkal;
FORWARD h	előrelépés h egységgel, közben rajzol, ha kell;
PENUP	toll felemelése a papírról;
PENDOWN	toll leengedése a papírra;
REPEAT db [utasítások]	utasítások db –szeri megismétlése.

a.)

```
LEFT 30
```

```
REPEAT 3
```

```
[REPEAT 2 [FORWARD 5 RIGHT 60 FORWARD 5 RIGHT 120] RIGHT 120]
```

b.)

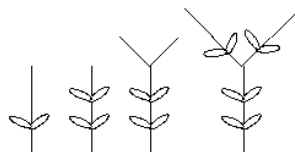
```
REPEAT 4
```

```
[REPEAT 360 [FORWARD 1 RIGHT 1]
```

```
PENUP RIGHT 90 FORWARD 10 LEFT 90 PENDOWN]
```

2. Feladat

Egy szobanövény az elültetése utáni évben két zöld levelet növeszt. A második évben 2 piros levelet, majd a harmadik évben elágazik kétfelé. A negyedik évtől kezdve az új ágakon ugyanaz történik, mint az eredeti növényen, azaz megjelenik két zöld levél, egy évre rá két piros levél, majd újabb 1 év múlva ezek az ágak is szétágaznak kétfelé. (Mint az ábrán látszik, az 1 éves növénynek 2 levele van, a 2 és a 3 évesnek 4,...)



- A. Hány piros levele lesz a 6 éves növénynek? (A 3 évesnek 2 van.)
- B. Hány zöld levele lesz a 7 éves növénynek? (A 3 évesnek 2 van.)
- C. Hány ágvége lesz összesen a 8 éves növénynek? (A 3 évesnek 2 van.)
- D. Hányadik évben lépi túl a levelek száma a 200-at?
- E. Milyen években lesz a növénynek több zöld levele, mint piros?